

I.E.M. NACIONAL
PLAN DE SUPERACIÓN - AÑO 2024
GRADOS UNDECIMOS – JORNADA DE LA MAÑANA
MATEMÁTICAS

Es importante que el estudiante este acompañado de los padres de familia y/o acudientes, para que juntos realmente hagan una superación de las dificultades académicas que tenga. Para presentar la evaluación escrita de superación tenga en cuenta lo siguiente:

1. Se recomienda desarrollar el taller anexo a este documento.
2. El taller anexo no será objeto de evaluación, es decir, no se sacara nota alguna de él, solamente se tendrá en cuenta la nota obtenida por el estudiante producto de la evaluación escrita de superación.
3. Los ejes temáticos a evaluar serán los siguientes:

MATEMATICAS para grados: UNDECIMOS

PRIMER PERIODO ACADÉMICO • Concepto de proposición • Proposición simple. • Proposiciones compuestas- • Operaciones lógicas con proposiciones. • Tablas de verdad de proposiciones compuestas • Tautologías, contradicciones e indeterminaciones. • Conjuntos • Determinación de un conjunto • Relación de pertenencia • Relaciones entre conjuntos • Operaciones entre conjuntos • Leyes de los conjuntos. Conjunto de partes.	SEGUNDO PERIODO ACADÉMICO • Intervalos y su clasificación • Operaciones con intervalos Desigualdades e inecuaciones • Ecuaciones e Inecuaciones con valor absoluto • Funciones • Propiedades. • Concepto de función • Elementos y clases de funciones • Propiedades de las funciones • Función inyectiva • Función sobreyectiva • Función biyectiva • Clasificación de función • Funciones polinómicas • Funciones racionales • Funciones exponenciales
TERCER PERIODO ACADÉMICO • Límites y continuidad • Límites laterales • Límite de una función en un punto • Límites indeterminados • Continuidad de una función en un punto • Concepto de derivada • Función derivada • Derivadas laterales • Reglas de derivación • Cálculo de derivadas de funciones reales • Derivadas de funciones trigonométricas • Aplicaciones de la derivada • Criterio de la segunda derivada para máximos y mínimos	CUARTO PERIODO ACADÉMICO • Matemáticas financieras • Presupuesto • Ahorro • Tarjetas de Credito • Credito

Tome este plan de superación como una oportunidad, no solo de aprobar el área, sino, también como una alternativa para aprender y comprender la temática de matemáticas que se necesita como base para soportar los demás conocimientos que se adquirirán con el pasar del tiempo.

Atentamente,

VÍCTOR BOLAÑOS ORTIZ
Docente Área de Matemáticas

1. Sea p : El es rico y sea q : el es feliz; expresar por enunciados verbales los siguientes enunciados simbólicos.

- a) $p \vee q$
- b) $q \rightarrow p$
- c) $q \leftrightarrow \sim p$
- d) $\sim \sim p$
- e) $p \wedge q$
- f) $p \vee \sim q$
- g) $\sim p \rightarrow q$

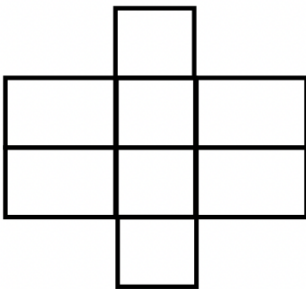
2. Determinar el valor de verdad de los siguientes enunciados

- a) Si $5 < 3$, entonces $-3 < -5$
- b) No es verdad que $2 + 2 = 4$ ó $3 + 5 = 6$
- c) Es verdad que $2 + 2 \neq 4$ y $3 + 3 = 6$
- d) Si $3 < 5$, entonces $-3 < -5$

3. Realice la tabla de verdad de cada una de las siguientes proposiciones

- a) $\sim p \wedge \sim q$
- b) $p \rightarrow (\sim p \vee q)$
- c) $\sim (\sim p \leftrightarrow q)$
- d) $(p \vee (q \rightarrow \sim r)) \wedge ((\sim p \vee r) \leftrightarrow \sim q)$
- e) $(p \wedge q) \rightarrow r$

4. A cada cuadrado asignado un número del 1 al 8, con la condición que en 2 cuadrados contiguos los números no sean consecutivo



5. Coloca los números del 1 al 9 uno en cada casillero y sin repetir de manera que cumplan las igualdades en los horizontales y los verticales.

$$\begin{array}{rcl}
 \square & - & \square = \square \\
 & & \times \\
 \square & \div & \square = \square \\
 & & \parallel \\
 \square & + & \square = \square
 \end{array}$$

6. LOS CUATRO PERROS. Tenemos cuatro perros: un galgo, un dogo, un alano y un podenco. Éste último come más que el galgo; el alano come más que el galgo y menos que el dogo, pero éste come más que el podenco. ¿Cuál de los cuatro será más barato de mantener?

7. Cierta convención reunía a cien políticos. Cada político era o bien deshonesto o bien honesto. Se dan los datos:

a) Al menos uno de los políticos era honesto.

b) Dado cualquier par de políticos, al menos uno de los dos era deshonesto.

¿Puede determinarse partiendo de estos dos datos cuántos políticos eran honestos y cuántos deshonestos?

8. Conduces un autobús, en el que se montan 18 personas. En la siguiente parada, se bajan 5 pero suben otras 13. Al llegar a la siguiente estación, se bajan 21 y se suben otras 4. ¿De qué color son los ojos del conductor?

9. Sea el conjunto universal $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ y sean $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, c, e, g\}$, $C = \{b, e, f, g\}$

Hallar,

a) $A \cup B$

b) $B - U$

c) $B \cup A$

d) $(B \cap A)^C$ e) $U - B$

f) $A \cap B$

10. Considere el conjunto universal $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 15\}$ y sean

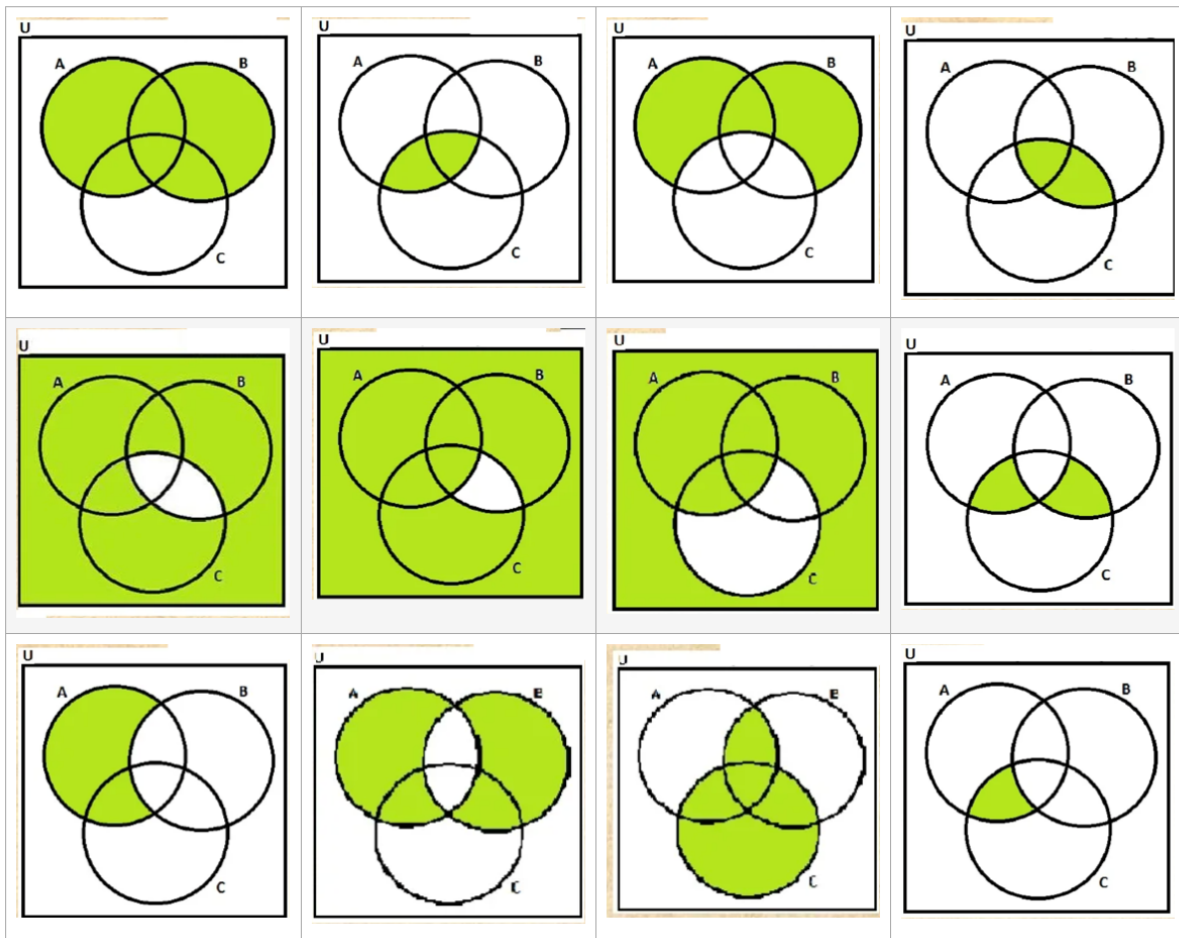
$A = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12\}$, $B = \{3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$,

$C = \{3, 4, 6, 7, 9, 11, 12, 13\}$,

determine las operaciones que hay que realizar con estos conjuntos para obtener

- $\{4, 7, 9, 12\}$
- $\{1, 2, 3, 5, 6, 8, 11\}$
- $\{3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

11. Según el siguiente diagrama de Venn-Euler halle las operaciones necesarias para lograr la región sombreada en cada caso.



12. Hacer un diagrama de Venn-Euler con tres conjuntos no vacíos, A, B y C de modo que cumplan las siguientes características.

- a) $A \subseteq B, C \subseteq B, A \cap C = \emptyset$
- b) $A \subseteq B, C \not\subseteq B, A \cap C \neq \emptyset$

13. Se le preguntó a un grupo de 10 estudiantes sobre sus preferencias por dos marcas de refrescos, Hit y Nestea y se obtuvieron los siguientes resultados: todos admitieron que les gusta alguno de los dos refrescos, 3 estudiantes manifestaron que les gusta Hit pero no Nestea, 6 dijeron que no les gusta Hit. Se desea saber: a) ¿cuántos de los encuestados les prefirieron Nestea? b) ¿cuántos de los encuestados prefirieron Hit? c) ¿Cuántos de los encuestados prefirieron Hit o Nestea?

14. A una prueba de ingreso a la Universidad se presentaron 100 alumnos, de los cuales 65 aprobaron el examen de Matemáticas, 25 el de Matemáticas y Física y 15 aprobaron sólo el de Física. ¿Cuántos no aprobaron ninguno de los exámenes mencionados?

15. Se encuesta a 100 personas obteniéndose la siguiente información:

- Todo encuestado que es propietario de un automóvil también lo es de casa.
- 54 encuestados son hombres
- 30 de los encuestados que son hombres no son propietarios de automóvil.
- 30 de los encuestados que son mujeres son propietarios de casa.
- 35 de los encuestados no son propietario de casa.
- 15 encuestados que son propietarios de casa no lo son de automóvil

- a) Realice un diagrama de Venn que ilustre la situación.
- b) ¿Cuántos encuestados que son hombres son solamente propietarios de casa?
- c) ¿Cuántas mujeres no son propietarias de casa?

16. Determina el número de alumnos de una clase, si se sabe que cada uno participa en al menos una de los tres seminarios de ampliación de las asignaturas Matemáticas, Física o Química. 48 participan en el de Matemáticas, 45 en el de Física, 49 en el de Química, 28 en el de Matemáticas y Física, 26 en el de Matemáticas y Química, 28 en el de Física y Química y 18 en los tres seminarios. ¿Cuántos alumnos participan en los seminarios de Física y Matemáticas, pero no en el de Química? ¿Cuántos participan sólo en el de Química?

17. Representar en la recta real cada uno de los siguientes intervalos

- | | | |
|-------------------|-------------------------|-------------------------------|
| 1. $[-5, 3)$ | 2. $(2, 9)$ | 3. $(-2, 8)$ |
| 4. $[11, 20]$ | 5. $(-7, 1]$ | 6. $[7, \infty)$ |
| 7. $(-\infty, 7)$ | 8. $[5, 6] \cup (8, 9)$ | 9. $(-\infty, 1] \cup (4, 8)$ |

18. Escribir como intervalo cada conjunto

$$M = \{x/x > 2\}$$

$$N = \{x/-3 < x \leq 4\}$$

$$P = \{x/x \geq -1\}$$

Teniendo en cuenta los conjuntos anteriores, realizar las operaciones indicadas entre ellos y escribir los intervalos resultantes

- | | | |
|-------------------|-------------------|------------|
| 1. $M \cup N$ | 2. $M \cap N$ | 3. M^C |
| 4. N^C | 5. $(M \cup N)^C$ | 6. $P - N$ |
| 7. $(M \cup P)^C$ | 8. $M - N$ | |

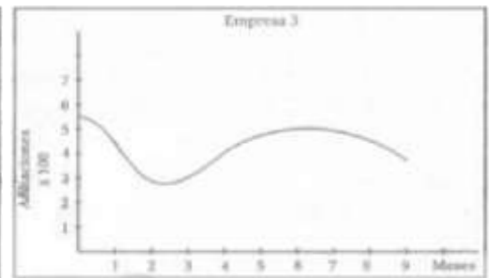
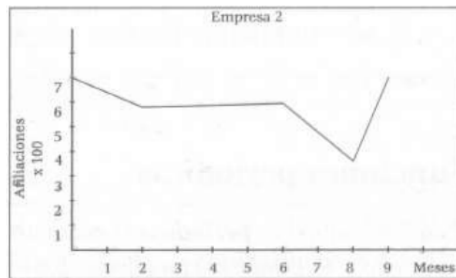
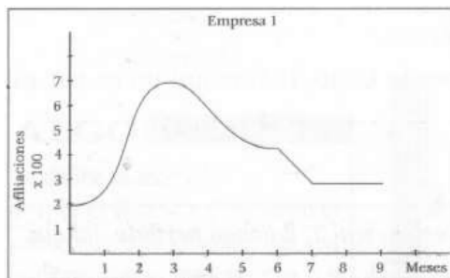
19. Escriba el conjunto solución de las siguientes inecuaciones.

- | | | |
|---|---|--|
| A) $3x + 1 \leq 7$ | B) $x + 2 > 1$ | C) $16 + \frac{3}{2}x \geq 4$ |
| D) $\frac{7}{3}x - \frac{5}{4} < \frac{7}{4}$ | E) $\frac{1}{5}x - \frac{7}{3} \leq -\frac{6}{5}$ | F) $2x + 1 \leq 9$ |
| G) $x + 3 > 1 - x$ | H) $16 + \frac{3}{2}x \geq -1$ | I) $3x + 7 \geq 2x + 1$ |
| J) $2x + 1 \leq 9$ | K) $5x - 7 \geq 7x + 1$ | $\frac{2}{3}x - \frac{7}{2} \leq \frac{1}{5} - \frac{4}{3}x$ |

20. Hallar el conjunto solución de las siguientes inecuaciones

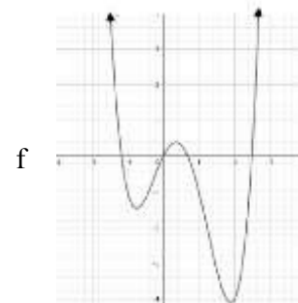
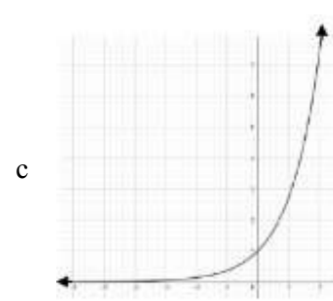
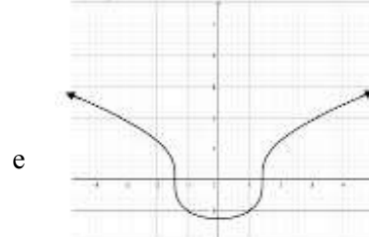
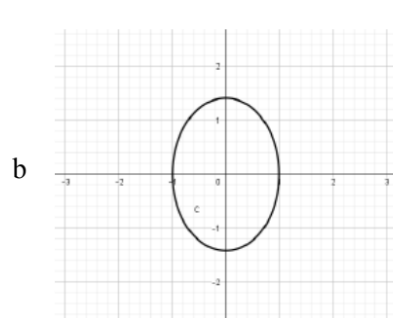
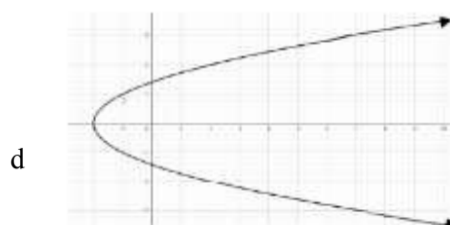
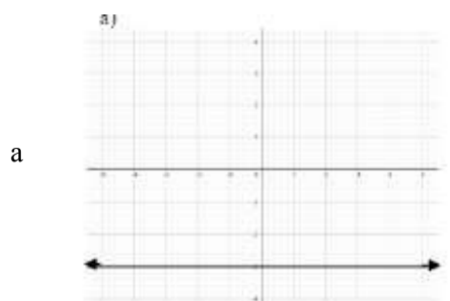
- | | |
|------------------------|------------------------|
| a) $x^2 - 6x + 8 > 0$ | b) $x^2 + 2x \geq 15$ |
| c) $3x^2 + x - 10 < 0$ | d) $x^2 - 2x - 15 < 0$ |
| e) $x^2 + 4x - 5 = 0$ | f) $x^2 + x - 2 > 0$ |
| g) $x^2 + x < 0$ | h) $16 - 15x \geq x^2$ |

21. El costo de fabricar un artículo está determinado por la fórmula $3x + 200$ donde “ x ” es la cantidad de artículos, sin embargo el precio de venta se determina por la fórmula $5x - 6$. Determinar cuántos artículos deben venderse como mínimo para obtener ganancias.
22. Una compañía de textiles fabrica un producto que tiene un precio unitario de venta de \$25.000 y un costo unitario de \$20.000. Si los costos fijos son \$30'000.000 determine el número mínimo de las unidades que la compañía debe fabricar y vender para obtener ganancias.
- $$Pt = Pv * Cv \quad Ct = Cu + Cf \quad U = I - C$$
23. Un arquitecto desea delimitar un terreno rectangular y tiene 450 metros de cerca disponibles. Encuentre las dimensiones del terreno si el área delimitada debe ser al menos $3150m^2$
24. Tres empresas de telefonía presentaron el comportamiento de sus afiliaciones durante los últimos nueve meses.

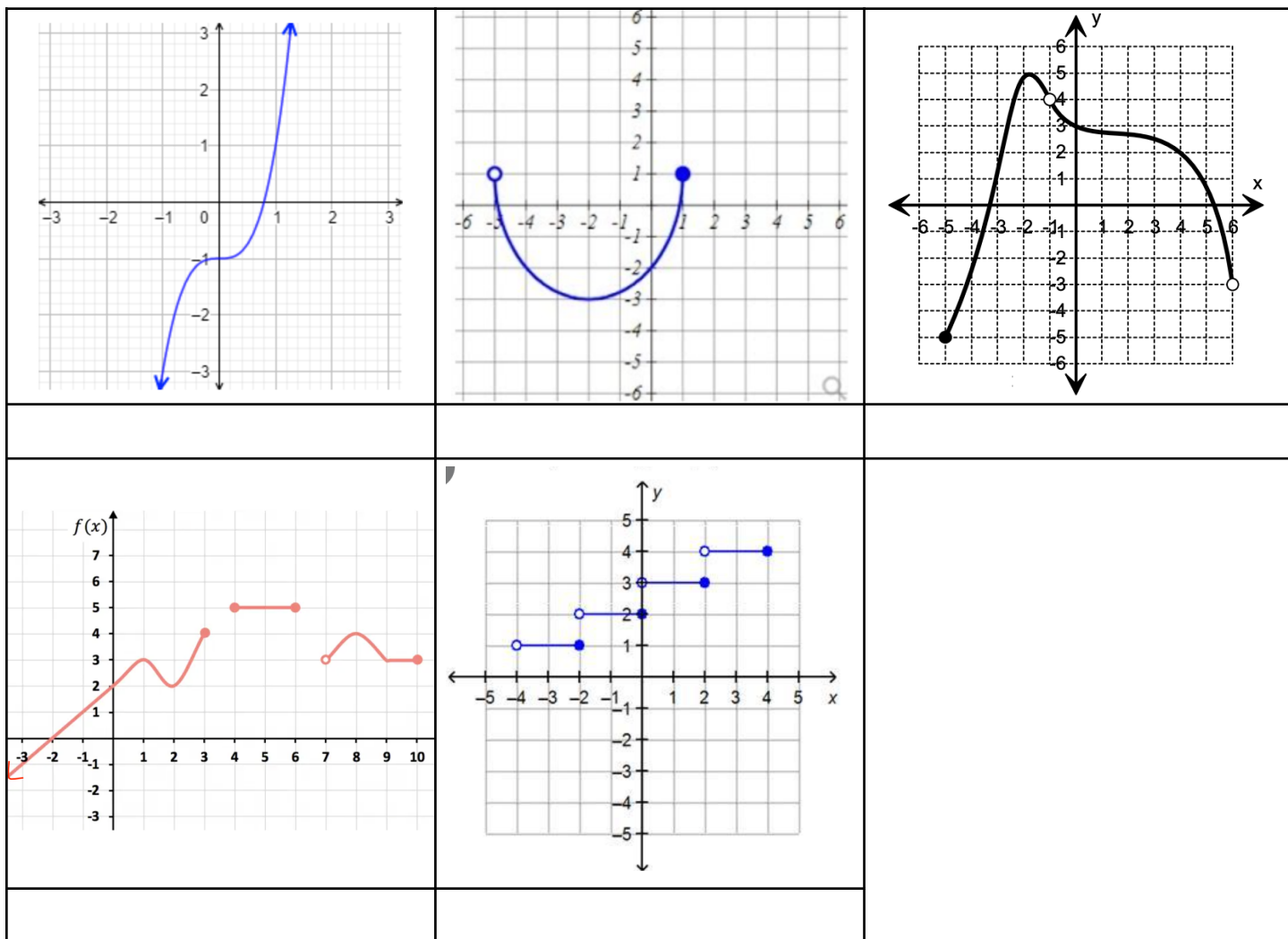


- a) ¿Qué empresa presentó crecimiento durante los dos primeros meses?
- b) Determinar, para cada empresa, los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- c) ¿Qué empresa ha mantenido la mayor estabilidad? ¿Por qué?

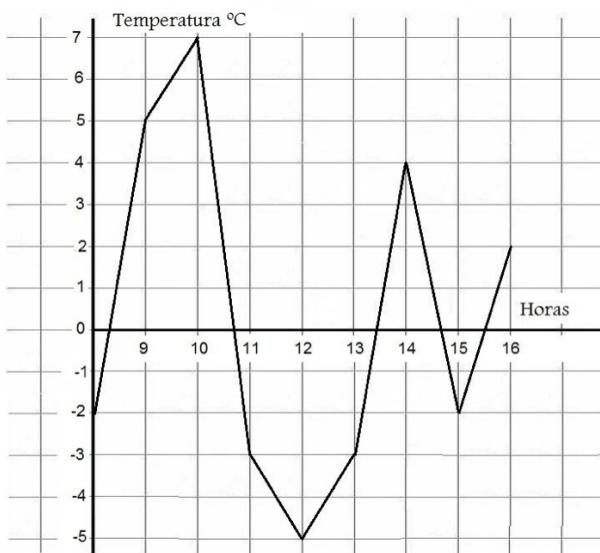
25. En los siguientes casos identifique si las gráficas corresponden a función o no, en caso de serlo, escriba el dominio y el rango.



26. Halle el dominio y el rango de las siguientes funciones.



27. En el gráfico se registraron las temperaturas que alcanzó cierto material al ser sometido a varios procesos químicos durante 8 horas.



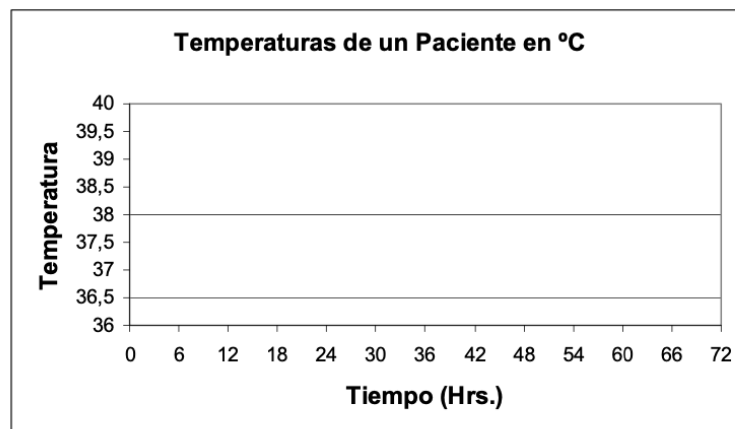
- ¿Qué temperatura alcanzó el material a las 15:00?
- ¿A qué hora el material alcanzó las 2°C?
- ¿Cuál fue la variación de temperatura entre las 10:00 y las 12:00?
- ¿Cuál fue la temperatura máxima y cuál la mínima?
- ¿Cuál fue la variación de temperatura entre las 9:00 y las 16:00?

- 28.. . En la ficha médica de un paciente se encuentra el registro de su temperatura durante los tres primeros días de hospitalización. Una enfermera ha organizado estos datos en la siguiente tabla:

Tiempo (Hrs.)	Temperatura (°C)
0	38,5
6	39
12	39,5
18	38,5
24	37,5
30	38
36	38,5
42	37,5
48	37
54	37,5
60	37,5
66	37
72	36,5

- a) ¿Cada cuántas horas se ha tomado la temperatura? _____
- b) ¿Cuándo tuvo la temperatura más alta? ¿Y la más baja? _____
- c) ¿En torno a qué valor estuvo la temperatura más frecuente? _____
- d) ¿Cuáles son las variables? ¿Se puede predecir la temperatura al cuarto día? ¿hay alguna variable que dependa de otra? _____
- e) ¿Imagínate que tu eres el médico y tienes que describir el diagnostico del paciente a un familiar, describe su evolución: como llego, su desarrollo en los tres días de hospitalización, ¿Sabrías decir cuando dar de alta al paciente?

- f) Representar en el sistema de coordenadas dado los datos recogidos en la tabla.



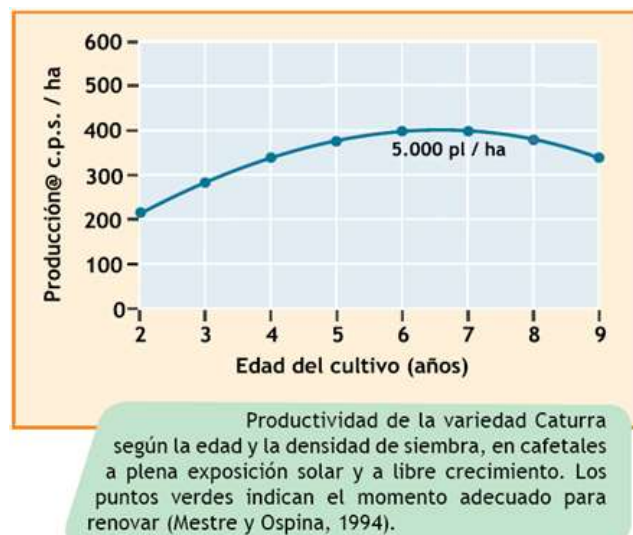
- g) ¿Qué significado tiene el hecho de unir puntos de un gráfico? ¿Tiene siempre sentido hacerlo?

29. Se calienta una bebida hasta que alcanza los 87°C luego se expone al medio ambiente y se deja en reposo para que se enfríe. La siguiente gráfica muestra la temperatura del líquido dependiendo del tiempo.



- ¿A cuántos grados está la bebida después de 3 minutos?
- ¿Cuánto tiempo tarda la bebida en llegar a 35°C ?
- ¿Cómo se interpreta las coordenadas del punto $(9, 51)$?
- ¿Cuánta temperatura disminuye de 0 a 9 minutos?
- ¿en cuánto tiempo la temperatura disminuye de 87°C a 51°C ?
- Calcule la razón de cambio de temperatura y tiempo (disminución de temperatura) / (tiempo transcurrido). ¿Cómo se interpreta ese valor?
- Si el comportamiento de enfriamiento de la bebida continúa con la tendencia mostrada en la gráfica ¿en cuánto tiempo se espera que tarde en llegar a 0°C ?
- Empleando la razón de cambio calcular la temperatura de la bebida a los 14 minutos. Explique el razonamiento y el procedimiento.
- Plantee una ecuación o fórmula que permita calcular la temperatura de la bebida en cualquier tiempo
- Responda las preguntas 1 y 2 usando la ecuación. Compare las nuevas respuestas con las que dio inicialmente.

30. Entre las distintas especies de café, el Caturra fue una de las especies más conocidas y plantadas durante la década pasada por su productividad. En la anterior gráfica se muestra producción @ c.p.s. / ha (producción en arrobas de café pergamino seco en una hectárea, o café seco que es como se comercializa el café internacionalmente) por la edad del cultivo en años. Los correspondientes a un cultivo de 5.000 palos por hectárea, según la información anterior respondan las siguientes preguntas:



a) Selecciona el intervalo de tiempo donde indique que la producción es creciente y decreciente.

A. (2 años a 5 años), (5 años a 9 años)

B. (0 años a 6 años y medio), (6 años y medio a 10 años) C. (2 años a 8 años), (8 años y 9 años)

b) Identifique cuales son las variables y escriba si una variable es dependiente de la otra, en caso que lo sean justifique su respuesta.

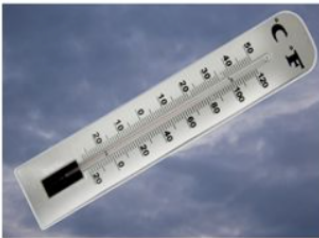
¿c) luego de 12 años de cultivo, su producción entre que rangos estaría: [0,100], [100,200], [200,300], [300,400], [400,500], o [500,600] Producción @ c.p.s. / ha, justifique su respuesta.

d) Si una finca tiene 10.000 palos de Caturra cultivados, en 2 ha de terreno, en que años(s) produciría 660 @ c.p.s.

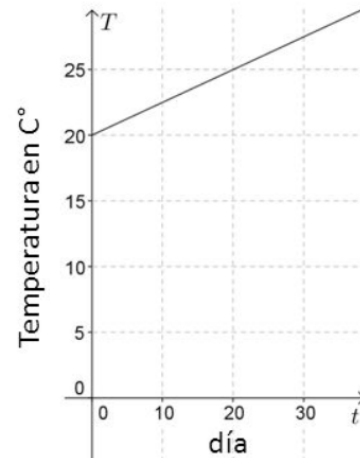
e) Considera usted que en algunos años se obtendrá la misma producción? Escriba en que años el café produce la misma cantidad, de lo contrario justifique por que no se repite.

f) ¿Cuál sería, aproximadamente, la producción en el año trigésimo (13 años)?

31. Según los pronósticos del Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología (SENAMHI), esta semana, continuará incrementándose la temperatura. La información proporcionada es que hoy la temperatura será de 20° y luego, cada día que pase, la temperatura irá incrementándose en $0,25^{\circ}$ ¿Usted puede pronosticar la temperatura del día 30?



tiempo (t)	Temperatura (T)
0	20,00
1	20,25
2	20,50
3	20,75
4	21,00
5	21,25
6	21,50
7	21,75
8	22,00
9	22,25
10	22,50



- 32 Se desea analizar el comportamiento de la Hemoglobina en adultos: hombres y mujeres, a lo largo del tiempo; para ello, se extraen del archivo de un laboratorio los siguientes resultados:

Mujer		Hombre	
Edad (años)	Hemoglobina (gr/100ml)	Edad (años)	Hemoglobina (gr/100ml)
35	11,8	35	16
50	14,2	50	13

Determinar:

- ¿Cuál es la variable dependiente y cual es la variable independiente?
- Obtenga las ecuaciones que definen la relación entre la edad y la Hemoglobina, tanto para hombres como para mujeres y represéntelas gráficamente, suponiendo que es una relación lineal. En base a estos resultados: ¿cómo es el comportamiento de la Hemoglobina en hombres y mujeres?
- De acuerdo a este análisis, un hombre que tenga 60 años, ¿cuánto le corresponde de Hemoglobina?

33. En un laboratorio se analiza el crecimiento de un tipo de bacterias, tomando mediciones una vez por hora. Las bacterias se reproducen por bipartición: cada bacteria se duplica en cada hora que transcurre desde comenzada la medición.

- A. Complete la siguiente tabla que muestra la cantidad de bacterias en función del tiempo transcurrido desde el inicio del conteo.

Tiempo transcurrido (en horas)	0	1	2	3		10		15
Cantidad de bacterias	1	2						

- B. Escriban un cálculo que les permita averiguar la cantidad de bacterias luego de transcurridas 20 horas de iniciada la experiencia.
- C. Escriban una fórmula que permita calcular la cantidad B de bacterias en función del tiempo t medido en horas, suponiendo que se siguen reproduciendo al mismo ritmo.

34. Un grupo de estudiantes analiza el crecimiento de la masa de una sustancia, de la que se sabe que crece de manera exponencial. Los datos que registraron en una tabla son los siguientes:

Tiempo transcurrido (en horas)	0	1	2	5
Masa (en gramos)	25	75	225	6075

- a. ¿Cuál era la masa al comenzar la experiencia?
- b. Si la masa de la sustancia siguió creciendo del mismo modo ¿cuál era la masa luego de 10 horas de comenzada la experiencia? ¿Y luego de 7 horas y media de comenzada la experiencia?
- c. Escriban una fórmula que permita calcular la masa de la sustancia M (en gramos) en función del tiempo transcurrido t (en horas) a partir de iniciada la experiencia.

35. Una sustancia sometida a una fuente de calor constante aumenta en un 25% su masa en cada hora transcurrido, durante la primera hora.

- a. Completen la siguiente tabla que relaciona la masa de la sustancia M (en gramos) en función del tiempo transcurrido t (en horas). Expliquen qué cálculos hicieron para completarla.

Tiempo transcurrido (en horas)	0	1	2	3	4	5	6
Masa de la sustancia (en gramos)	200	250					

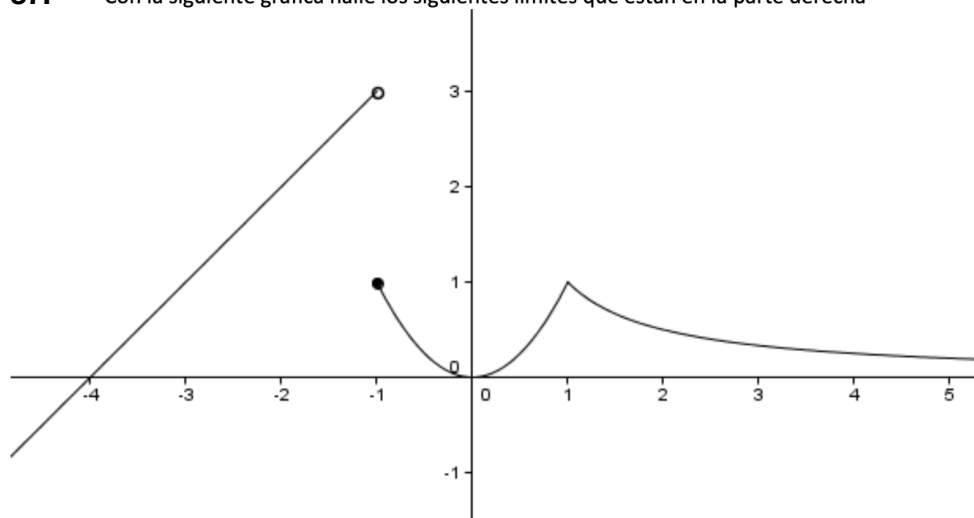
- b. Analicen cada una de las siguientes afirmaciones e indiquen si la consideran verdadera o falsa. Expliquen las conclusiones obtenidas.
- La masa de la sustancia para $t=8$ es un 50% mayor que la masa de la sustancia para $t=6$.
 - Para calcular la masa de la sustancia en $t=6$, se puede multiplicar por 1,25 la masa de la sustancia obtenida en $t=5$.
 - En cada minuto que transcurre, la masa de la sustancia se multiplica por 1,25.
- c. Escriban una cuenta que les permita calcular la masa de la sustancia en $t=15$ horas.
- d. Calculen la masa de la sustancia para $t=18,5$ horas.

36.. A un paciente se le administran 5 mg de un medicamento y se analiza la evolución del mismo en muestras de sangre que se toman cada hora. La cantidad de miligramos restantes en el torrente sanguíneo del paciente disminuye un 10% cada hora.

Tiempo transcurrido (en horas)	0	1	2	3			10
Medicamento en sangre (en miligramos)							

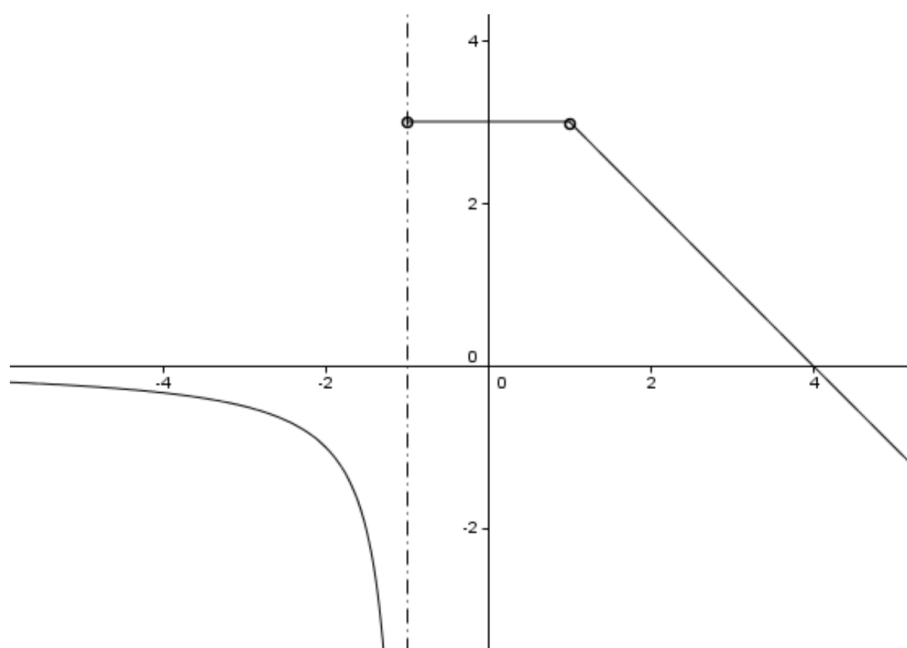
- a. Completen la tabla que relaciona la cantidad de miligramos del medicamento en la sangre del paciente en función del tiempo transcurrido en horas.
- b. Escriban una fórmula de la función que represente la cantidad del medicamento restante —medida en miligramos— en el torrente sanguíneo en relación con el tiempo transcurrido medido en horas.
- c. ¿Es posible anticipar si en algún momento el paciente dejará de tener presencia de medicamento en sangre?

37. Con la siguiente grafica halle los siguientes límites que están en la parte derecha



- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
- c) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$
- d) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$
- e) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$
- f) $f(-1) =$

38. Con la siguiente grafica halle los siguientes límites que están en la parte derecha



- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
c) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$
d) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$
e) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$
f) $\lim_{x \rightarrow +1^+} f(x) =$
g) $\lim_{x \rightarrow +1^-} f(x) =$
h) $\lim_{x \rightarrow +1} f(x) =$

39. Usando las propiedades de los límites calcule:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 1$	b) $\lim_{x \rightarrow -2} (3x^2 - 2x + 7)$
c) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} (x^2 + 3)(x - 4)$	d) $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt[3]{x^2 - 5x - 4}$
e) $\lim_{x \rightarrow 7} 0$	f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 6x + 3}{16x^3 + 8x - 7}$
g) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{1 + \sqrt{2x - 10}}{x + 3}$	h) $\lim_{x \rightarrow 6} (x + 4)^3 (x - 6)^2$
i) $\lim_{k \rightarrow 2} \sqrt{3k^2 + 4} \sqrt[3]{3k + 2}$	j) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{8 - x^3}$

40. Usando las propiedades de los límites calcule:

- a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5x + 11}{\sqrt{x} + 1}$
b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{6 - 7x}{(3 + 2x)^4}$
c) $\lim_{x \rightarrow -2} (2x - \sqrt{4x^2 + x})$
d) $\lim_{x \rightarrow 4^-} (x - \sqrt{16 - x^2})$
e) $\lim_{x \rightarrow 2} 5$
f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}}$
g) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^2 - x - 2}$
h) $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 4)^3 (x - 6)^2$
i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}$
j) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[3]{\frac{x + 3}{x^3 + 27}}$
k) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \sqrt{5 - x}$
l) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \sqrt{5 - x}$

41. Establézcase si las funciones dadas son o no continuas en el punto $x = 2$, Justifique su respuesta.

a) $f(x) = 4x^2 - 2x + 12$

b) $f(x) = \frac{8}{x-2}$

c) $f(x) = \frac{3x^2}{x-2}$

d) $f(x) = \sqrt{x-1}$

e) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \neq 2 \\ 2 & \text{si } x = 2 \end{cases}$

f) $f(x) = \llbracket x \rrbracket$, función parte entera

g) $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < 2 \\ x^2+1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

h) $f(x) = \begin{cases} \frac{4x-8}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \\ 2 & \text{si } x = 2 \end{cases}$

42. Bosqueje la gráfica de la función f que satisfaga todas las condiciones siguientes:

a) Su dominio es $[-4,4]$.

b) $f(-2) = f(-1) = f(1) = f(2) = 1$

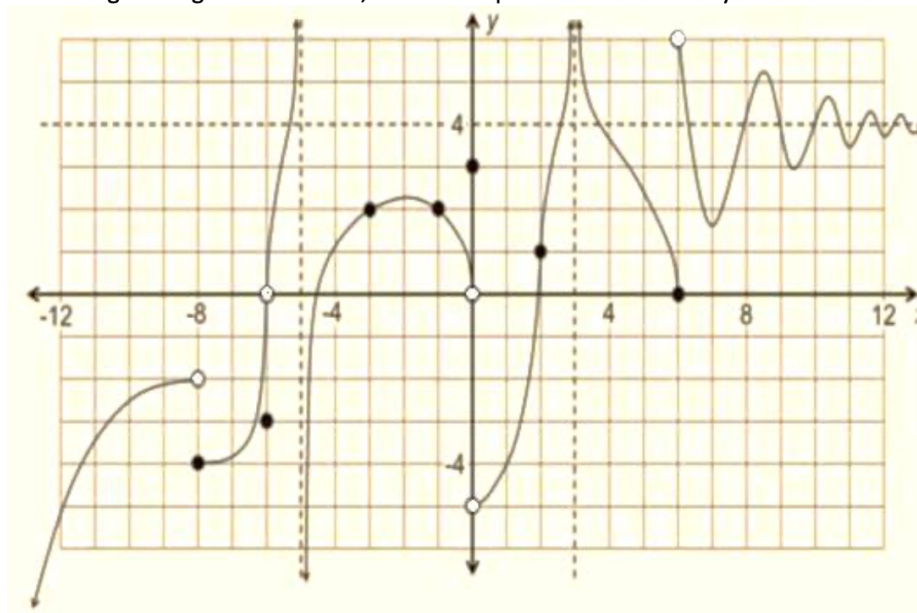
c) f es discontinua en 0 y 1.

43. Considere la función f definida por

Determine los valores de las constantes a y b para que f sea continua en todo su dominio

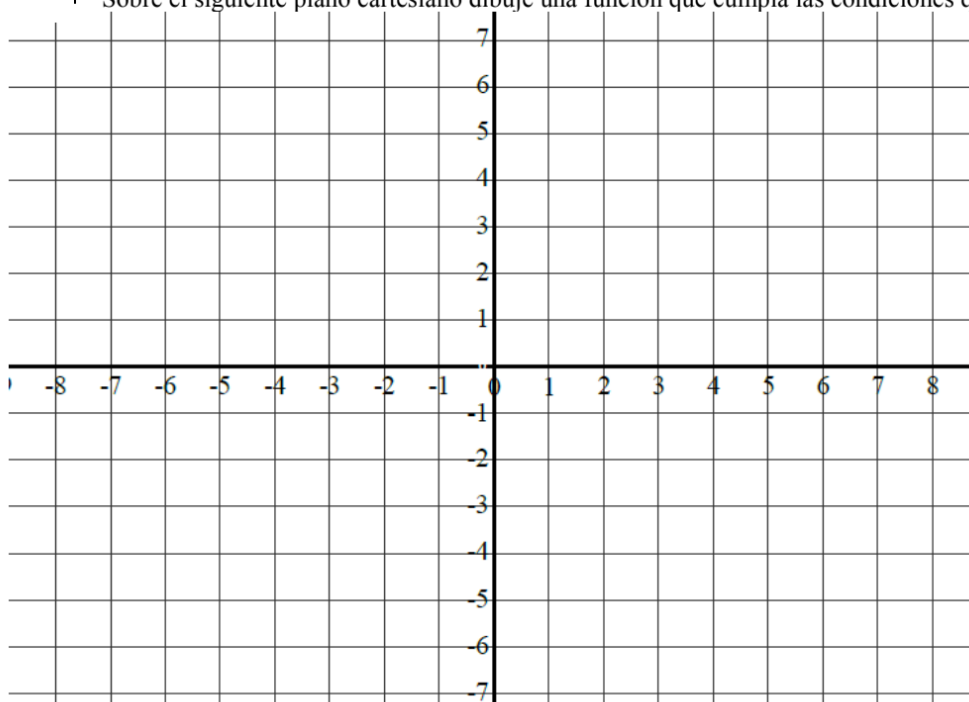
$$f(x) = \begin{cases} 3x + 6a & \text{si } x < -3 \\ 3ax - 7b & \text{si } -3 \leq x \leq 3 \\ x - 12b & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

44. De la gráfica obtenga los siguientes límites, evaluar los puntos en la función y determinar si es o no continua



- | | | | |
|--|-------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| a) $\lim_{x \rightarrow -8^-} f(x)$ | h) $f(-8)$ | o) $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$ | v) $f(-6)$ |
| b) $\lim_{x \rightarrow -8^+} f(x)$ | i) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ | p) $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$ | w) $f(2)$ |
| c) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ | j) $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x)$ | q) $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$ | x) f es continua en $x = -8$ |
| d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ | k) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x)$ | r) $f(-5)$ | y) f es continua en $x = -6$ |
| e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ | l) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ | s) $f(3)$ | z) f es continua en $x = -3$ |
| f) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ | m) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ | t) $f(0)$ | aa) f es continua en $x = 0$ |
| g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ | n) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ | u) $f(6)$ | bb) f es continua en $x = 10$ |

45. Sobre el siguiente plano cartesiano dibuje una función que cumpla las condiciones que están en la parte derecha



- $Dom f = [-8, \infty)$
- $f(7) = 3$
- $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \infty$
- $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = -3$
- $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = 2$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$
- $f(5) = \text{No existe}$
- Continua en $[5, \infty)$
- Discontinua en $x = 0$

46. Resuelva los siguientes límites

A) $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x^4 + 2x^2 - 4$

C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 5x}{-4 + 5x^2}$

E) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 6x + 3}{x^4}$

G) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x - 6}$

I) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 17x + 20}{4x^2 - 25x + 36}$

B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 + x^3 - 3x$

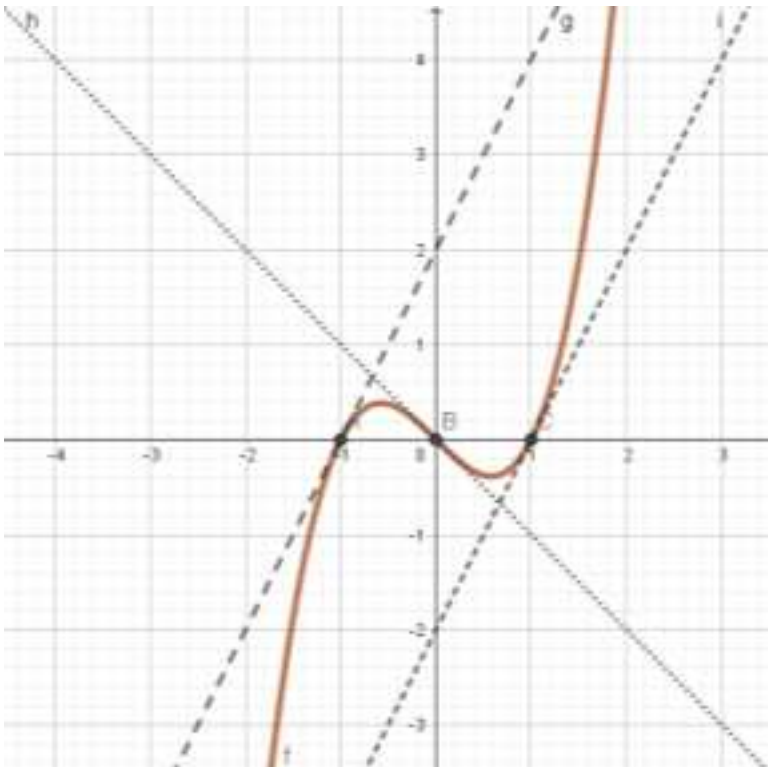
D) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 2x}{x^2 - 10}$

F) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

H) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{3x^2 - 5x - 2}$

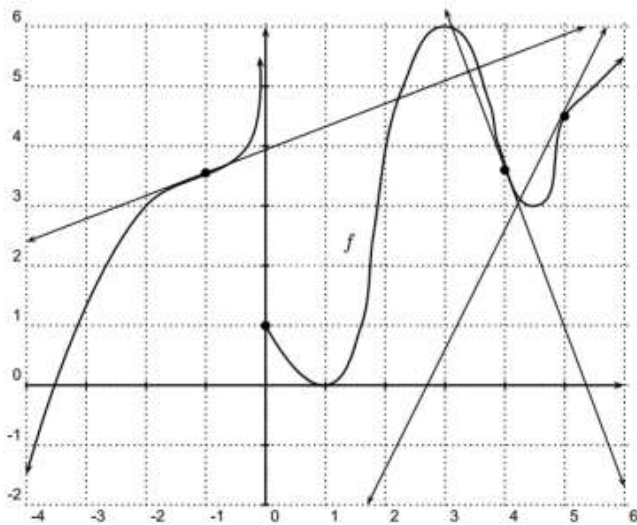
J) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 + 2x - 48}{x^2 - 36}$

47. Sobre el plano cartesiano, se representa gráficamente una función y tres rectas que son tangentes a la función en los puntos, A, B y C.



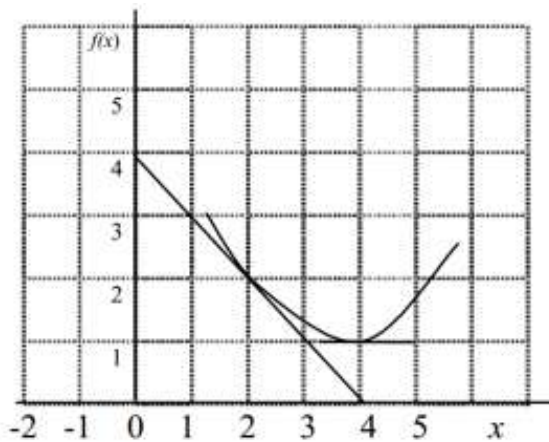
Halle la pendiente de las rectas que pasan por los puntos A, B y C.

48. Emplear la gráfica para resolver lo siguiente



- a) Dar un valor aproximado de $f'(x)$, en los siguientes puntos $x = -1, x = 4, x = 5$
- b) En cuáles valores de x , la derivada es 0

49. En el siguiente dibujo se muestra el gráfico de cierta función $f(x)$



A) ¿Cuál es el valor correcto de $f(2)$?

- a) 4 b) 3 c) -1 d) 2

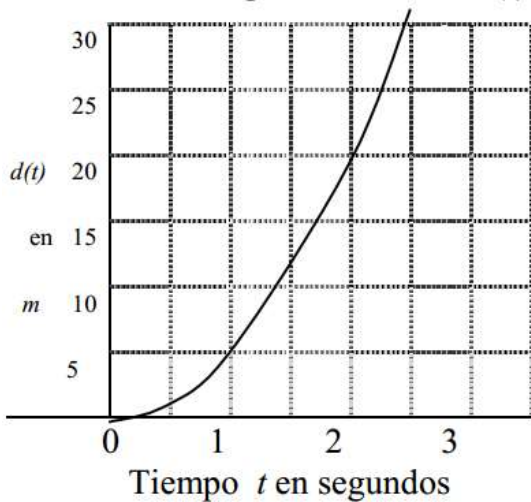
B) ¿Cuál es el valor de la derivada en $x = 2$?

- a) 4 b) 3 c) -1 d) 2

C) ¿A cuánto equivale la derivada en $x = 4$?

- a) 1 b) -1 c) 2 d) 0

50. La distancia que recorren los cuerpos en caída libre sobre la superficie terrestre está dada aproximadamente por la fórmula $d(t) = 5t^2$. Observa la gráfica.



A) ¿Cuál es la *distancia* que recorre un cuerpo en el 1er. seg?

- a) 1 m b) 5 m c) 4.9 m d) 10 m

B) ¿Cuánto cambia la *distancia* que recorre el cuerpo entre el 1o. y 2o. segundo?

- a) 1 m b) 5 m c) 15 m d) 10 m

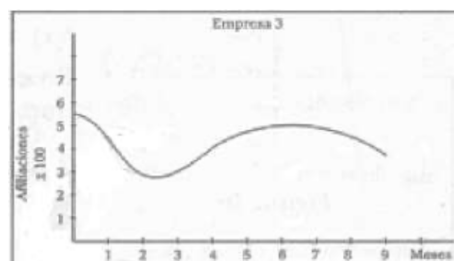
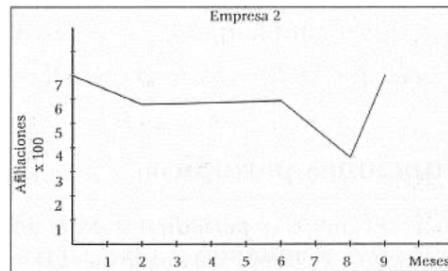
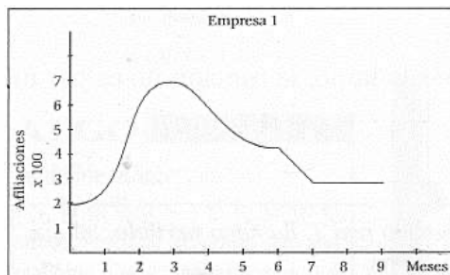
C) ¿Cuál es la *velocidad* del cuerpo entre el 1o. y 2o. segundo?

- a) 5 m/s b) 20 m/s c) 15 m/s d) 10.2 m/s

D) ¿Cuál es la *velocidad* del cuerpo exactamente en el 1er. segundo?

- a) 5 m/s b) 10 m/s c) 15 m/s d) 4 m/s

51. Tres empresas de telefonía presentaron el comportamiento de sus afiliaciones durante los últimos nueve meses.



- a) Qué empresa presentó crecimiento durante los dos primeros meses?
b) Determinar, para cada empresa, los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
Por ejemplo en la empresa 2

Crecimiento: (8,9) significa que la empresa creció en número de afiliaciones del mes 8 al 9.

Decrecimiento: (0,2) y (6,8) el mismo análisis que se realizó con el crecimiento.

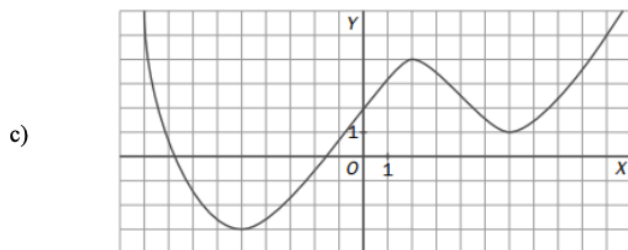
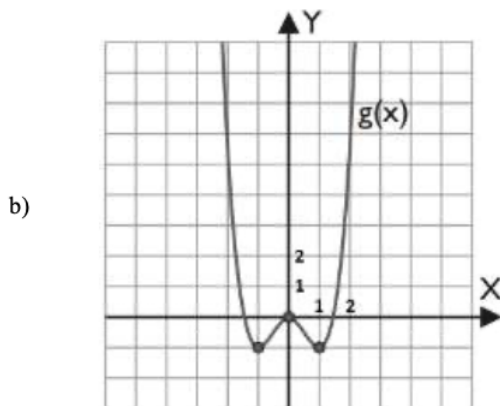
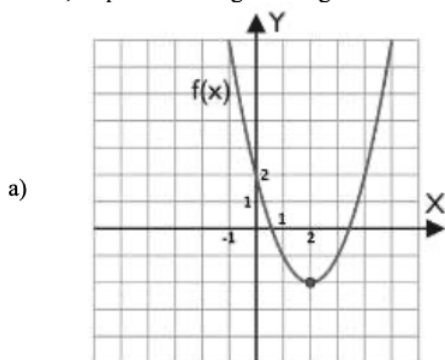
c) ¿Qué empresa ha mantenido la mayor estabilidad? ¿Por qué?

d) Si usted fuera un inversionista, ¿en cuál de las tres empresas invertiría? ¿Por qué?

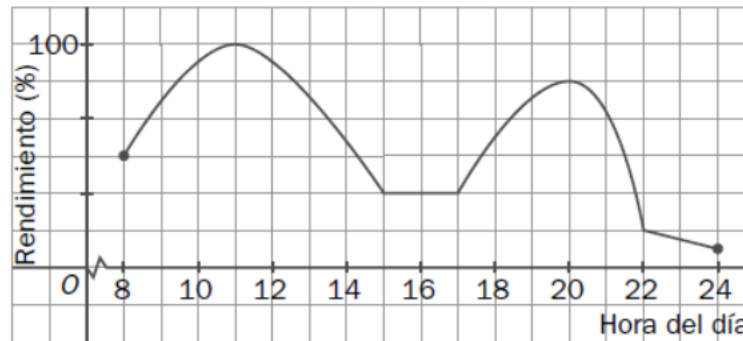
52. Calcule el(los) máximo(s) y el mínimo(s) de f en los intervalos indicados usando la segunda derivada para identificar si es máximo y mínimo y finalmente realice un bosquejo de la función.

- | | |
|-----------------------------------|----------------------|
| a) $f(x) = 2x^2 - 3x$ | Para x en $[-2,3]$ |
| b) $f(x) = 3x - x^3$ | Para x en $[-2,2]$ |
| c) $f(x) = x^4 - 2x^2 - 8$ | Para x en $[-2,2]$ |
| d) $y = x^2 - 4x + 7$ | Para x en $[0,4]$ |
| e) $y = \frac{x^2}{x-1}$ | Para x en $[-2,5]$ |
| f) $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x + 1$ | Para x en $[-3,0]$ |

53. Indique los máximos y mínimos de la función e indique en donde la función es creciente y decreciente, respecto a las siguientes gráficas



54. Esta grafica presenta el rendimiento laboral de los trabajadores de una fábrica en función de la hora del día.



- a) ¿Cuándo se produce el máximo rendimiento? ¿Y el mínimo?
b) ¿En qué momento de la tarde consideraría que se deben hacer los deberes de mayor rendimiento? (Indique dos horas)
55. Represente una función continua que tenga:
a) Un máximo en el punto $(-2,2)$
b) Un mínimo en el punto de abscisa $x = 0$
c) Un máximo en el punto $x = 3$
56. Dibuje una función continua con un máximo en el punto $(2,1)$ y un mínimo en $(5,6)$

57. Sueldo de los padres es de \$4.800.000, tienen en otros ingresos \$500.000 ambos son empleados, tienen un solo hijo pago de crédito hipotecario es de \$800.000, pago de empleada de servicio \$600.000, servicios \$200.000, mantenimiento de la casa \$75.000, buseta del colegio \$60.000 pago de gasolina y parqueadero \$200.000 alimentación \$600.000, para paseos quincenales \$200.000, pago de tarjeta de crédito \$300.000 y educación \$300.000, la salud se descuenta del ingreso principal
A) ¿Cuál es dinero disponible?

B) Para que el hijo pueda transportarse del casa al colegio pueden comprarse una moto, si las cuotas de la moto están en 500.000¿Esta en capacidad de comprar la moto? Si o No, justifique.

		GRUPO FAMILIAR A
INGRESOS	INGRESO PRINCIPAL	
	OTROS INGRESOS	
	TOTAL INGRESOS	
GASTOS	AHORRO	
	ALIMENTACIÓN (Mercado)	
	VIVIENDA (Arriendo, servicios)	
	SALUD (Gastos médicos)	
	TRANSPORTE(pasajes, gasolina, peajes, estacionamiento)	
	EDUCACIÓN (Uniformes, útiles, matrícula)	
	RECREACIÓN	
	PAGO DE DEUDAS	
	GASTOS DEL NEGOCIO	
	GASTOS IMPREVISTOS	
	OTROS GASTOS	
	TOTAL GASTOS	
DINERO DISPONIBLE (Total ingresos - total gastos - ahorro)		

58. es el caso de una madre soltera que tiene un solo hijo y no comparte los gastos con nadie mas, es decir la única forma de sustento son los ingresos que ella pueda obtener, tiene un salario mínimo mensual de \$900.000 y tiene un trabajo los fines de semana que le generan \$250.000 mensuales, por el mercado paga \$300.000, el arriendo con servicios cuesta \$250.000, en la salud gasta el 4% de su ingreso principal, para transportarse de su casa al trabajo y devolverse gasta \$80.000, en los gastos de su hijo en lo que concierne al colegio, debe pagar \$80.000 y en otros gastos paga mensualmente \$150.000.

- A. En el grupo familiar A, esta interesada en adquirir una moto, pero las cuotas mensuales con un ahorro que logro para cubrir la cuota inicial de \$2.000.000 le generarían una pago mensual de \$327.000, ¿En este momento se podría realizar la compra de la moto? Explique
- B. En caso de no poder comprar la moto y continuar con las intenciones de comprar la moto ¿qué le recomendaría a esta persona?

		GRUPO FAMILIAR A
INGRESOS	INGRESO PRINCIPAL	
	OTROS INGRESOS	
	TOTAL INGRESOS	
	AHORRO	
GASTOS	ALIMENTACIÓN (Mercado)	
	VIVIENDA (Arriendo, servicios)	
	SALUD (Gastos médicos)	
	TRANSPORTE(pasajes, gasolina, peajes, estacionamiento)	
	EDUCACIÓN (Uniformes, útiles, matrícula)	
	RECREACIÓN	
	PAGO DE DEUDAS	
	GASTOS DEL NEGOCIO	
	GASTOS IMPREVISTOS	
	OTROS GASTOS	
	TOTAL GASTOS	
DINERO DISPONIBLE (Total ingresos - total gastos - ahorro)		

59. Mencione con sus propias palabras que comprende por gastos hormiga.

60. Escriba dos gastos hormiga los cuales usted adquiere, diferente a los mencionados en clase, luego realice los cálculos necesarios para llegar a cada tiempo solicitado.

GASTO HORMIGA	A	B
SEMANA		
MES		
AÑO		
10 AÑOS		

61. Usando los gatos hormigas del punto anterior, escriba como suplir o cambiar los gastos hormiga.

GASTO HORMIGA	A	B
¿Como suplir o cambiar?		

62. Usando los gatos hormigas del punto 2, con el resultado de eliminar o suplir un gasto hormiga al año o un tiempo mayor, indique en que podría gastar ese dinero al no realizar algunos de los gastos mencionados anteriormente

GASTO HORMIGA	A	B
¿Qué podría realizar con el dinero?		

63. Sobre las siguientes lecturas, responda las preguntas que aparecen al lado derecho

¿QUÉ ES LA DEUDA? Deuda es un concepto que deriva de una voz proveniente del latín y cuyo significado hace referencia a la obligación que una persona u organismo tiene de pagar, reintegrar o satisfacer algo (generalmente dinero) a otra. Algunos ejemplos donde aparece el concepto pueden ser: “Estoy muy preocupado ya que no sé cómo voy a pagar mis deudas”, “Tengo una deuda de 2.000 pesos con Juan”, “Lo más importante para no tener problemas económicos es no incurrir en deudas”. Existen diversos tipos de deuda según sus características y las personas que la contraigan. En la economía de un país pueden asumirse diversos tipos de deudas. Las mismas se encuentran dentro de lo que se conoce como deuda pública y es aquella que asume el Estado y que es reconocida mediante títulos que devengan interés. Dicha deuda pública puede ser externa (cuando se paga en el extranjero, con moneda extranjera), interior (se paga en el propio país con moneda nacional), consolidada (de carácter perpetuo, con títulos que producen una renta fija) o flotante (con vencimientos a término fijo o sujetos a acuerdo), entre otras clasificaciones. En la economía individual de los ciudadanos también existen diversas deudas asumidas, las cuales se definen como cuentas a pagar. Pueden producirse cuando el sujeto pide un préstamo o cuando adquiere productos en cuotas o con pago diferido. Si una persona compra un televisor y paga solo el 50%, quedando la otra mitad pendiente de pago hasta el mes siguiente, habrá contraído una deuda. En un sentido totalmente alejado de lo económico, la noción de deuda puede estar vinculada a una obligación moral que se contrae con alguien; la misma puede resultar de un favor recibido por parte de otra persona que genera la necesidad en el que es ayudado de devolver dicho favor. Existen frases hechas en las que se plasma este tipo de endeudamiento: “Me salvaste la vida: estoy en deuda contigo”, “La verdad es que me siento en deuda con Daniela ya que no he podido ayudarla”, “Tú ayudaste a mi hijo y yo colaboré con el tuyo: no hay deudas entre nosotros”.	Analice las 3 escenas y luego conteste la pregunta. 1° escena: El cliente se encontrara con el REPRESENTANTE DEL BANCO y le dirá lo siguiente “Quisiera sacar 50 Bs.- de mi cuenta de ahorros, por favor”, el banquero le entregara los 50 Bs.- y el cliente se mostrará feliz y orgulloso al público de haber sacado dinero de su cuenta de ahorros. 2° escena: El cliente va donde el prestamista y urgido le dice lo siguiente “¡Necesito 50 Bs.- lo más rápido que sea posible, por favor que es una emergencia!”. El prestamista le entrega el dinero y el cliente mostrara al público los 50 Bs.- que le han prestado, para que todos le puedan ver. 3° escena: El cliente sostiene los billetes de 50 Bs.- en alto, una en cada mano. Utilizando la última escena, realice al grupo la siguiente pregunta: ▪ ¿Cuál es la diferencia entre los dos billetes de 50 Bs.-? Una vez terminado de compartir la definición de deuda, es importante conocer las razones para contraer una deuda, para ello realice al grupo la siguiente pregunta: ¿Generalmente para qué piden un préstamo las personas? ¿Cuál fue la razón para que ustedes hayan pedido dinero prestado a alguien? Valore (de 1 a 10, donde 1 no es importante y 10 es demasiado importante) las cuatro razones para adquirir una deuda - Para invertir - Para poder solucionar una emergencia - Para consumir o comprar algún artículo para el que no se tiene el dinero suficiente en el momento. - Para asumir algún evento.
---	---

QUÉ ES EL CRÉDITO¹³

Es una operación por la cual una entidad financiera pone a nuestra disposición una cantidad determinada de dinero mediante un contrato.

Como contraparte, el beneficiario del crédito se compromete a devolver el monto solicitado en el tiempo o plazo definido, según las condiciones establecidas para dichos préstamos más los intereses, comisiones y otros costos asociados al crédito, si los hubiera.

El crédito es una cantidad de dinero que recibimos con la obligación de pagarla en un plazo determinado, más una cantidad adicional por concepto de intereses. Se trata de una herramienta que nos permite adquirir bienes y servicios, algunos de los cuales no podríamos adquirir en poco tiempo sin un crédito. Por ejemplo: Es más fácil comprar una casa a crédito que de contado, pues tendríamos que ahorrar por mucho tiempo para comprarla en un solo pago. Pero los créditos también pueden meternos en problemas si somos irresponsables con su uso: si adquirimos créditos que no podemos pagar, o si no pagamos a tiempo, nuestras finanzas se verán afectadas y nos cerraremos las puertas para obtener nuevos créditos en el futuro.

¿Cuándo se requiere de un crédito?

Cuando una empresa o persona no cuenta con recursos propios disponibles para invertir, para adquirir un determinado bien de consumo, una vivienda o para financiar un servicio, puede recurrir a una entidad financiera, la misma que, previa evaluación de la capacidad de pago, otorgará el préstamo.

¿Qué entidades otorgan créditos?

Todas las entidades financieras nacionales o extranjeras que se encuentren autorizadas por ASFI.

¿Cuáles son los elementos principales del crédito?

Un crédito presenta como elementos más importantes: el monto desembolsado, las cuotas o amortizaciones periódicas, un plazo determinado y una tasa de interés, incluyendo comisiones u otros recargos, asociados con el crédito; todos ellos pactados entre la entidad financiera y el cliente.

Diferencias entre préstamos y créditos

Algunas de las principales diferencias entre créditos y préstamos son: **PAGO DE INTERESES.** En el crédito únicamente se van a pagar intereses por el capital que efectivamente se haya dispuesto, del total que se tuviera concedido, y si no se ha dispuesto de cantidad alguna no se generarán intereses, mientras que en el préstamo se va a pagar intereses por la cantidad total objeto de préstamo.

ENTREGAS DE CAPITAL. En el crédito, la entidad otorgante del mismo irá realizando entregas parciales a medida que lo necesitemos hasta el límite máximo que se haya pactado. Sin embargo, en el préstamo la entidad entregará la cantidad total objeto del mismo en el momento de la formalización del contrato de préstamo.

PLAZOS DE DEVOLUCIÓN. Por regla general, el crédito puede ser renovado en una o varias ocasiones una vez haya vencido el mismo, por el contrario, el préstamo ha de ser pagado en el plazo pactado en el correspondiente contrato, ya que, en caso contrario, habría que formalizar un nuevo contrato de préstamo. Habitualmente los créditos suelen ser para el consumo, mientras que los préstamos más habituales son los hipotecarios.

TIPOS DE INTERÉS. En el crédito los tipos de interés suelen ser más altos que en el préstamo y el plazo de amortización generalmente es más corto. Aunque esto siempre depende de las condiciones particulares que se pacten con la entidad financiera.

Conteste las preguntas que aparecen al final de cada situación

Situación 1: Elena presta dinero de un banco para mejorar su negocio.

Elena tiene un negocio en el mercado y prestó dinero del banco, para surtir su negocio, un día sus amigos Juana y Diego, la invitan a ir de paseo a una feria en un municipio cercano, el paseo no tiene nada que ver con su negocio, además, Elena sabe que ese día vende mucho más que otros días y si decide ir con sus amigos podría perder a los clientes regulares que confían en su servicio. ¿Qué haría?, ¿Qué debería hacer? ¿Qué pasaría si va a la feria? y ¿qué pasaría si decide trabajar en su negocio?

Situación 2: María presta dinero de un banco y de un amigo.

María tiene necesidades de prestar dinero y adquiere una deuda en el BANCO y también de su amigo Pedro, pero a la hora de pagarle al banco y al amigo, María se da cuenta que no le alcanza el dinero porque gasto mucho en sus deseos, entonces ella decide no pagar al amigo porque ella piensa que él la puede esperar y no le da mucha importancia, en cambio el banco no espera. ¿Qué harían?

Situación 4: Daniel presta dinero de un prestamista, para comprarse un celular.

A Daniel le gustaría comprarse un celular súper moderno para hablar con sus amigos y estar a la moda, para ello decide ir donde un prestamista y empeñar un radio que tenía su familia él piensa que lo puede recuperar pronto teniendo algún trabajo de medio tiempo, Daniel, busca un trabajo pero no lo encuentra y llegó la fecha de hacer el pago al prestamista y se da cuenta que no puede hacerlo, porque no tiene dinero. ¿Qué harían?, ¿Qué se debió haber hecho?